

اندیشه مدیریت راهبردی، سال یازدهم، شماره دوم، پاییز و زمستان ۱۳۹۶، شماره پیاپی ۲۲، صص ۱۸۵-۲۰۴

کاربرد ارزش در معرض خطر تفاضلی (IVaR)، در محاسبه ریسک

سبد سرمایه گذاری با استفاده از رویکرد پیشین و پسین

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۹/۲۶

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱۱/۱۵

سمانه دهقان منشادی*

محمدحسین عبدالرحیمیان**

چکیده

مؤسسات مالی با ریسک‌های متفاوتی روبه‌رو هستند که در این میان، ریسک بازار از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، چرا که محاسبه و کنترل این ریسک نقش عمده‌ای را در موفقیت مؤسسات مالی و سرمایه‌گذاران، ایفا می‌کند. در این پژوهش از میان معیارها و روش‌های متفاوتی که برای اندازه‌گیری ریسک بازار وجود دارد، از معیار ارزش در معرض خطر تفاضلی استفاده شده است. داده‌های این پژوهش شامل قیمت روزانه ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار تهران، طی سال ۱۳۹۲ است. ابتدا بازده قیمتی روزانه سهام هر یک از شرکت‌ها محاسبه شده و با استفاده از شیوه وزندهی برابر، یک پرتفوی اصلی و ۵۰ پرتفوی فرعی تشکیل گردید. در ادامه با استفاده از آزمون‌های نیکویی برازش، توزیع واقعی پرتفوی‌ها مشخص گردید. برای پرتفوی‌های تشکیل شده ابتدا ارزش در معرض خطر (VaR) و در راستای آن ارزش در معرض خطر تفاضلی (IVaR)، با استفاده از رویکرد پیشین و پسین، محاسبه شد. در پایان با توجه به تأثیر هر سهم در کاهش ریسک پرتفوی، سهام‌های بهینه انتخاب شدند. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر تفاضلی (IVaR) به خوبی می‌توان تأثیر هر سهم را در ایجاد ریسک پرتفوی، شناسایی نمود.

واژگان کلیدی: ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر تفاضلی، رویکرد پیشین و پسین، بورس اوراق بهادار تهران (Comment U₂).

* کارشناس ارشد مدیریت صنعتی گرایش مالی و مدرس دانشگاه علم و هنر، (نویسنده مسئول).
dehghanmanshadi.s@gmail.com

** عضو هیأت علمی دانشگاه میبد.

مقدمه

هدف از سرمایه‌گذاری کسب بازده است اما ماهیت فعالیت‌های تجاری و سرمایه‌گذاری به گونه‌ای است که کسب بازدهی مستلزم تحمل ریسک است (گل ارضی و همکاران، ۱۳۹۲). جهانی‌سازی تجارت و تغییر ساختار بازارهای بین‌المللی، ریسک‌هایی که بنگاه‌ها در معرض آن قرار می‌گیرند را به طور گسترده‌ای تغییر داده‌اند. امروزه از یک سو هزینه‌ها و درآمدهای بنگاه با ریسک‌های پیچیده‌ای که از تعاملات کسب و کار جهانی و تصمیم‌گیری‌های مالی ناشی می‌شود مواجه هستند و از سوی دیگر با عدم اطمینان از قیمت‌های کالا، نرخ ارز و ارزش‌های سهام (فلاح شمس و همکاران، ۱۳۹۲). مفهوم ریسک نقشی کلیدی را در بازارهای مالی ایفا می‌کند و از این جهت شناسایی انواع ریسک، اندازه‌گیری و مدیریت آن از اهمیت بالایی برخوردار است. ارزش در معرض خطر^۱ از جمله معیارهای مهم اندازه‌گیری ریسک است که در سال‌های اخیر وارد بازارهای مالی شده است، زیرا ارزش در معرض خطر، ریسک بازار را به سادگی در قالب یک عدد بیان می‌کند (سجادی و فتحی، ۱۳۹۲). با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر، می‌توان ریسک پرتفوی را اندازه‌گیری نمود اما برای کاهش ریسک پرتفوی نیاز داریم که سهم هر یک از اجزای تشکیل‌دهنده پرتفوی را در ایجاد ریسک بدانیم تا بتوانیم ریسک را حداقل نماییم. در همین راستا یکی از مفیدترین و جدیدترین معیارهای اندازه‌گیری ریسک بازار، ارزش در معرض خطر تفاضلی^۲ است که از طریق آن می‌توان میزان ریسک ایجاد شده توسط هر یک از اجزای پرتفوی را شناسایی نمود. این عمل می‌تواند کمک قابل توجه‌ای به مدیران و سرمایه‌گذاران نماید تا پرتفوی مورد نظر خود را بهینه نموده و ریسک آن را حداقل نمایند. این معیار کمک می‌کند تا سرمایه‌گذاران با اطمینان بیشتری به سرمایه‌گذاری بپردازند. این اقدام موجب جذب بیشتر سرمایه‌های ملی و رونق فضای سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار، خواهد شد.

۱. مبانی نظری

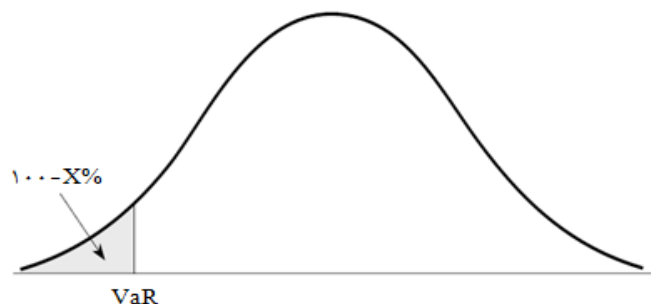
۱-۱. ارزش در معرض خطر

کمیت‌بخشی به عدم اطمینان یکی از مهم‌ترین موضوعات در مباحث مالی می‌باشد، به

طوری که امروزه هر فعالیت مالی و سرمایه‌گذاری مستلزم ارزیابی و مدیریت ریسک است. یکی از مفاهیم کلیدی در مدیریت ریسک دارایی‌های مالی مفهوم ارزش در معرض خطر می‌باشد (راعی و فلاح طلب، ۱۳۹۲). ارزش در معرض خطر به این سؤال پاسخ می‌دهد که با x درصد احتمال و طی یک افق زمانی تعیین شده، حداکثر چه میزان از ارزش دارایی یا پرتفوی دارایی‌ها، در معرض خطر قرار دارد (Comment U₀). ارزش در معرض خطر یک روش ارزیابی ریسک می‌باشد که از تکنیک‌های آماری استاندارد شده استفاده می‌نماید. ارزش در معرض خطر بدترین زیان در افق زمانی مشخص، که مقدار زیان از آن بیشتر نخواهد شد را در یک سطح اطمینان معین ارائه می‌نماید. ارزش در معرض خطر در واقع خلاصه‌ای از ریسک بازار برای استفاده‌کنندگان فراهم می‌نماید. به عنوان مثال یک بانک می‌تواند اعلام نماید که ارزش در معرض خطر روزانه آن ۵۰ میلیون دلار در سطح اطمینان ۹۹ درصد می‌باشد. به عبارت دیگر تنها ۱ درصد احتمال در شرایط عادی بازار، وجود دارد که مقدار ارزش در معرض خطر از ۵۰ میلیون دلار بیشتر باشد. این عدد خلاصه شده ریسک بازار می‌باشد که بانک با آن مواجه می‌باشد. نکته حائز اهمیت، این است که ریسک با همان واحد پولی مورد استفاده در بانک، اندازه‌گیری شده است (رهنمای رود پستی و میر غفاری، ۱۳۹۲). از نظر ریاضی می‌توان ارزش در معرض خطر پرتفوی را به صورت ذیل نشان داد:

$$VaR = p_0 - F_p^{-1}(a)$$

در این رابطه، p_0 ارزش پرتفوی در زمان صفر، a خطای آماری و $F_p^{-1}(a)$ صدک آلفای توزیع ارزش پرتفوی می‌باشد (رادپور و همکاران، ۱۳۸۸، ص ۵۲).



شکل ۱. محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از توزیع احتمالات تغییرات در ارزش سبد سرمایه‌گذاری با احتمال (comment U₀ X%)

۱-۲. برآورد ارزش در معرض خطر تفاضلی بر اساس رویکرد پیشین و پسین

رویکرد پیشین و پسین یک روش ساده و دقیق و در عین حال مؤثر برای برآورد ارزش در معرض خطر تفاضلی است.

برای برآورد ابتدا دارایی‌های پرتفوی فعلی (p) را تعیین نموده و ارزش در معرض خطر پرتفوی موجود (VaR (p)) را محاسبه می‌نماییم. در ادامه موقعیت مورد نظر (a) را از پرتفوی موجود حذف می‌نماییم. در این مرحله ارزش در معرض خطر پرتفوی جدید VaR (p-a) را محاسبه می‌گردد. سپس از طریق محاسبه اختلاف میان ارزش در معرض خطر دو پرتفوی، ارزش در معرض خطر تفاضلی مربوط به معامله a را برآورد می‌شود.

$$IVaR(a) = VaR(p) - VaR(p-a)$$

رویکرد پیشین و پسین یک ضعف مشخص دارد و آن این است که اگر دارای موقعیت‌های متنوع‌ای از سبد دارایی باشیم، گزینه‌های پیش رو زیاد باشد و یا ارزش در معرض خطر سبد دارایی غیرخطی باشد، آنگاه برآورد ارزش در معرض خطر تفاضلی، وقت زیادی می‌طلبد (Dowd, 2005, p. 267). با توجه به توضیحات بیان شده، ابتدا یک پرتفوی اصلی حاوی سهام ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار، تشکیل می‌گردد و در ادامه هر بار سهام یک شرکت از پرتفوی حذف گردیده و ارزش در معرض خطر تفاضلی محاسبه می‌گردد.

۲. تحقیقات انجام شده در زمینه ارزش در معرض خطر

هم‌زمان با ظهور ابزار مشتقه در دهه هشتاد، مدیریت ریسک با چالش جدیدی مواجه گردید، چرا که روش‌های سنتی مدیریت ریسک دیگر پاسخگوی کنترل ریسک‌های ناشی از این نوع ابزارهای نوپا نبود. از این رو استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر توسط بانک‌های آمریکایی شروع شده و عمومیت پیدا کرد (فلاح شمس و همکاران، ۱۳۹۲). بانک جی پی مورگان^۳ در سال ۱۹۹۴، به عنوان اولین بانک، یک مدل را در جهت محاسبه ارزش در معرض خطر معرفی کرد.

۱-۲. مطالعات خارجی

گارمن^۴ (۱۹۹۸)، روش ارزش در معرض خطر تفاضلی را برای معاملات اوراق بهادار،

تشریح نمود. بائو و همکاران^۵ (۲۰۰۶)، به بررسی کاربرد مدل‌های متفاوت ارزش در معرض خطر، پرداختند.

از پنج مؤسسه اقتصادی آسیا، طی سال‌های ۱۹۹۷ تا ۱۹۹۸، داده‌های مورد نظر جمع‌آوری گردید. نتایج حاکی از این بود که این پژوهش قابلیت تعیین بهترین مدل را ندارد.

عبد و بنیتو^۶ (۲۰۰۹)، در تحقیق خود جهت انتخاب بهترین مدل برآورد ارزش در معرض خطر در مبادلات بین‌المللی، از آزمون‌های پوشش شرطی، غیرشرطی و کوانتیل رگرسیون پویا، استفاده کردند. نتایج نشان داد که بهترین مدل، مدل پارامتریک با واریانس شرطی برآورد شده توسط گارچ نامتقارن و تحت توزیع تی، است.

دیاس^۷ (۲۰۱۳)، در پژوهش خود ارزش در معرض خطر را در بازار سرمایه برای دوره‌های بحران مالی و غیربحران مالی به صورت جداگانه، مورد محاسبه قرار داد. نتایج پژوهش او حاکی از متفاوت بودن شیوه‌های محاسبه ارزش در معرض خطر برای پرتفوی‌ها با سرمایه‌های مختلف، بود. همچنین او به این نتیجه رسید که در محاسبه ارزش در معرض خطر، جداگانه در نظر گرفتن دوره‌های بحران و غیربحران، دارای اهمیت است. لکادیتو^۸ (۲۰۱۴)، دقت پیش‌بینی ارزش در معرض خطر با استفاده از آزمون جدید چند سطحی، مورد بررسی قرار داد. نتایج حاکی از برتر بودن آزمون‌های استقلال و آزمون پوشش شرطی بود چرا که در سطح‌های اطمینان متفاوت، مدل‌های مشابه‌ای را پیش‌بینی می‌کنند.

۲-۲. مطالعات داخلی

رستمیان و حاجی بابایی (۱۳۸۸)، در تحقیق خود ریسک نقدینگی بانک را با استفاده از مدل ارزش در معرض خطر، اندازه‌گیری نمودند. داده‌های این تحقیق حاصل بررسی صورت‌های مالی بانک سامان طی سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۶، است. آن‌ها جهت آزمون کاهشی بودن روند ریسک نقدینگی از آزمون کاکس - استوارت استفاده نمودند. نتایج نشان می‌دهد که ریسک نقدینگی دارای روند نزولی است.

فلاح‌پور و یار احمدی (۱۳۹۱)، برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از

تئوری مقدار حدی در بورس اوراق بهادار تهران را مورد بررسی قرار دادند. نتایج تئوری تعمیم داده شده مقدار حدی نشان‌دهنده وجود دنباله پهن در تابع توزیع بازده سهام برای دو شاخص، برای هر دو بازه زمانی می‌باشد. نتایج پس‌آزمون برای مقدار VaR محاسبه شده با این رویکرد نشان‌دهنده این است که این مدل برای افق زمانی ۱۰۰ روزه عملکرد بهتری نسبت به افق زمانی ۵۰ روزه دارد.

گل ارضی و همکاران (۱۳۹۲)، به بررسی امکان استفاده از ارزش در معرض خطر در بورس اوراق بهادار، پرداختند. در این پژوهش تخمین ارزش در معرض خطر بر اساس روش‌های پارامتریک محاسبه ارزش در معرض خطر و شاخص صنعت کانه فلزی، انجام گرفته است. به همین منظور بازده لگاریتمی شاخص صنعت از ابتدای سال ۱۳۸۶ تا پایان شهریور ۱۳۹۱ به صورت روزانه محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر، ریسک بازار صنعت کانه فلزی قابل پیش‌بینی و مدیریت است.

سجاد و همکاران (۱۳۹۳)، مقدار ارزش در معرض خطر را با استفاده از هفت روش مختلف از جمله نظریه ارزش آفرین و برای سه سطح اطمینان، برای بازده لگاریتمی شاخص کل بورس تهران، نرخ برابری دلار و یورو به صورت روزانه مورد محاسبه قرار دادند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از روش‌های سنتی لزوماً به نتایج مناسبی نمی‌انجامد و در برخی از موارد استفاده از نظریه ارزش فرین و در نظر گرفتن نوسانات شرطی برای داده‌ها موجب نتایج بهتری می‌شود این نتایج بیشتر در سطح اطمینان‌های بالاتر قابل مشهودتر است.

کیانی و همکاران (۱۳۹۴)، در پژوهش خود به اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل‌های GARCH، پرداختند. جامعه آماری پژوهش، سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در صنعت سیمان از ابتدای سال ۱۳۸۹ تا پایان سال ۱۳۹۱ است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که مدل GARCH عملکرد مناسبی در تخمین ارزش در معرض ریسک سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار در صنعت سیمان دارد. همچنین نتایج حاکی از این است که مدل (1,1) GARCH با توزیع t-student، برای بیشتر شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق

بهادار در صنعت سیمان، بهینه است.

۳. سؤالات پژوهش

- میزان تأثیر هر سهم در ایجاد ریسک پرتفوی، چقدر است؟
- چه سهم یا سهام‌هایی با اضافه شدن به پرتفوی موجب ایجاد بیشترین کاهش در ریسک پرتفوی می‌گردند؟ (comment U₃)

۴. روش تحقیق

تحقیق حاضر، یک تحقیق کاربردی و توصیفی است. با عنایت به اینکه ۵۰ شرکت فعال انتخاب شده در بورس اوراق بهادار بر اساس معیارهایی از قبیل میزان داد و ستد سهام در تالار معاملات، تناوب داد و ستد سهام در تالار معاملات و میزان تأثیرگذاری شرکت بر بازار، انتخاب و رتبه‌بندی می‌شوند، بر همین اساس در اکثر موارد تشکیل پرتفوی، این شرکت‌ها مدنظر سرمایه‌گذاران هستند. (comment U₁₀) داده‌های تحقیق، حاصل جمع‌آوری قیمت روزانه سهام ۵۰ شرکت فعال سه ماهه اول سال ۱۳۹۳ بورس اوراق بهادار تهران طی سال ۱۳۹۲ می‌باشد. محاسبات مربوط به محاسبه ارزش در معرض خطر تفاضلی با استفاده از نرم‌افزار متلب انجام گرفته است.

جدول ۱. شرکت‌های سهامی تشکیل‌دهنده پرتفوی

شماره	نام شرکت	نماد	شماره	نام شرکت	نماد
۱	صنایع پتروشیمی خلیج فارس	فارس	۲۶	پتروشیمی خارک	شخارک
۲	گسترش نفت و گاز پارسیان	پارسان	۲۷	کشتیرانی جمهوری اسلامی ایران	حکشتی
۳	پالایش نفت بندرعباس	شبندر	۲۸	سرمایه‌گذاری گروه توسعه ملی	وبانک
۴	فولاد مبارکه اصفهان	فولاد	۲۹	فولاد خراسان	فخاس
۵	مخابرات ایران	اخابر	۳۰	نفت سپاهان	شسپا
۶	سرمایه‌گذاری نفت و گاز و پتروشیمی تأمین	تاپیکو	۳۱	بانک اقتصاد نوین	ونوین
۷	سرمایه‌گذاری غدیر (هلدینگ)	وغدیر	۳۲	پتروشیمی شازند	شازاک
۸	شرکت ارتباطات سیار	همراه	۳۳	خدمات انفورماتیک	رانفور
۹	معدنی و صنعتی گل گهر	کگل	۳۴	نفت بهران	شبهرن

شماره	نام شرکت	نماد	شماره	نام شرکت	نماد
۱۰	ملی صنایع مس ایران	فملی	۳۵	پتروشیمی فن آوران	شفن
۱۱	بانک پاسارگاد	وپاسار	۳۶	حفاری شمال	حفاری
۱۲	سرمایه گذاری گروه توسعه ملی	وبملت	۳۷	سرمایه گذاری دارویی تأمین	تیبیکو
۱۳	معدنی و صنعتی چادرملو	کچاد	۳۸	بانک کارآفرین	وکار
۱۴	گروه مپنا (سهامی عام)	رمپنا	۳۹	پتروشیمی شیراز	شیراز
۱۵	گروه خودروسازی سایپا	خسایپا	۴۰	مارگارین	غمارگ
۱۶	گروه مدیریت سرمایه گذاری امید	وامید	۴۱	سرمایه گذاری خوارزمی	وخارزم
۱۷	فولاد خوزستان	فخوز	۴۲	سیمان فارس و خوزستان	سفارس
۱۸	بانک صادرات ایران	وبصادر	۴۳	سرمایه گذاری سایپا	وسایپا
۱۹	ایران خودرو	خودرو	۴۴	گروه بهمن	خبهمن
۲۰	بانک پارسیان	وپارس	۴۵	بانک سینا	وسینا
۲۱	بانک تجارت	وتجارت	۴۶	بانک انصار	وانصار
۲۲	سرمایه گذاری صندوق بازنشستگی	وصندوق	۴۷	گروه صنعتی پاکشو	پاکشو
۲۳	توسعه معادن و فلزات	ومعادن	۴۸	توسعه صنایع بهشهر (هلدینگ)	وبشهر
۲۴	پتروشیمی پردیس	شپدیس	۴۹	صنایع شیمیایی ایران	شیران
۲۵	پالایش نفت تبریز	شبریز	۵۰	تجارت الکترونیک	رتاپ

۴-۱. محاسبه بازده

با استفاده از قیمت پایانی هر سهم به صورت روزانه، از رابطه زیر برای محاسبه بازده قیمتی سهام شرکت‌ها، استفاده شده است.

$$r_{it} = \ln P_{it} - \ln P_{it-1}$$

با توجه به اینکه قیمت‌های پایانی هر سهم برای سه ماهه اول سال ۱۳۹۳ به صورت روزانه جمع‌آوری شده است. بنابراین برای هر سهام از مجموعه ۵۰ سهام، ۹۰ داده مربوط به قیمت پایانی روزانه هر سهم موجود است. اولین بازده از محاسبه اختلاف قیمت پایانی روز دوم نسبت به روز اول محاسبه می‌شود. بنابراین برای هر سهام برای یک دوره سه ماهه، ۸۹ بازده محاسبه می‌شود (comment U₄).

۲-۴. شیوه وزن‌دهی

برای تشکیل پرتفوی از شیوه وزن‌دهی برابر، استفاده شده است که رابطه آن به شرح زیر است.

$$W_i = r_i \times (1/50)$$

استفاده از شیوه وزن‌دهی برابر به این معنی است که در سبد سرمایه گذاری، تعداد تمام سهم‌ها یکسان است و هیچ‌کدام وزن بیشتری نسبت به سایر سهم‌های موجود در پرتفوی ندارد. دلیل استفاده از این شیوه وزن‌دهی در تشکیل پرتفوی، این است که با یکسان بودن وزن هر سهم، در زمان محاسبه ارزش در معرض خطر تفاضلی (IVaR)، دقیقاً میزان افزایش یا کاهش ریسکی که هر سهم در پرتفوی ایجاد می‌کند مشخص می‌گردد. می‌توان مطمئن بود که این میزان ریسک محاسبه شده برای یک سهم، وابسته به تعداد سهم در سبد سرمایه‌گذاری نیست (comment U₅).

ابتدا بازده قیمتی روزانه سهام برای هر یک از شرکت‌ها، محاسبه شده و سپس با استفاده از شیوه وزن‌دهی برابر به صورت روزانه، یک پرتفوی اصلی و ۵۰ پرتفوی فرعی تشکیل گردید. با توجه به اینکه اکثر سرمایه‌گذاران فردی و تعدادی از نهادهای مالی، بدون بررسی و تعیین توزیع بازده هر پرتفوی، از توزیع نرمال برای تحلیل بازده هر پرتفوی استفاده می‌کنند که این کار منجر به عدم کسب بازده مناسب از سرمایه‌گذاری خواهد شد.

در این پژوهش، با استفاده از سه آزمون برازش کولموگروف - اسمیرنف^۹، آندرسون دارلینگ^{۱۰} و کای مربع^{۱۱}، در محیط نرم‌افزار متلب، توزیع واقعی هر پرتفوی مشخص گردید تا نتایج حاصل از پژوهش قابل اعتماد و نزدیک به واقعیت باشد. در ادامه به تشریح سه آزمون نیکویی برازش می‌پردازیم (comment U_{7&U8}).

الف. آزمون کولموگروف - اسمیرنف

این آزمون جهت بررسی ادعاهای مطرح شده در مورد توزیع داده‌های یک متغیر کمی مورد استفاده قرار گیرد (مؤمنی، ۱۳۸۷، ص ۱۸۸). روش ناپارامتری ساده‌ای برای تعیین همگونی اطلاعات تجربی با توزیع‌های آماری منتخب است. بنابراین این آزمون که از این به بعد آن را با KS نشان می‌دهیم، روش دیگری علاوه بر روش مربع کای، برای همگونی یک توزیع

فراوانی نظری برای اطلاعات تجربی است. از جمله مزایای این آزمون، این است که اولاً. مشاهدات را به صورت اصلی در نظر می‌گیرد. ثانیاً. برای نمونه‌های کوچک قابل به‌کارگیری است. در آزمون KS فرض صفری که آزمون خواهیم کرد، توزیع مشاهدات و توزیع مشخصی (با پارامتر معینی) است که با حدس یا قرائن مختلف فکر کرده‌ایم توزیع مشاهدات با آن توزیع مشخص هم خوانی دارد. آماره آزمون KS را با D_n نشان می‌دهیم. آزمون KS مبتنی بر جدول خاصی است. اگر آماره آزمون از مقدار جدول کوچکتر باشد فرض صفر پذیرفته، در غیر این صورت رد می‌شود. آماره آزمون برابر است با حداکثر قدرمطلق تفاضل فراوانی مشاهده شده نسبتی تجمعی از فراوانی نظری نسبتی تجمعی، یعنی:

$$D_n = \text{Maximum} | F_o - F_e |$$

که در آن F_o و F_e به ترتیب فراوانی نسبتی تجمعی و فراوانی مشاهده شده نسبتی تجمعی است (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۹، ص ۳۲۷-۳۲۸).

ب. آزمون آندرسون دارلینگ

آماره آندرسون دارلینگ عضوی از گروه آماره‌های نیکویی برازش است که به آماره‌های تابع توزیع تجربی معروف‌اند.

این آماره برای آزمون این فرض که متغیر تصادفی x دارای توزیع تجمعی پیوسته $f(x; \theta)$ است، طراحی شده است. θ برداری از یک یا چند پارامتر است که در تابع توزیع وجود دارند. آماره آزمون آندرسون دارلینگ (A^2)، به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \cdot [\ln F(X_i) + \ln (1 - F(X_{n-i+1}))]$$

(Stephens, 1982)

ج. آزمون مربع کای

این آزمون برای بررسی نوع توزیع داده‌ها در متغیرهای کیفی یا کمی دسته‌بندی شده، مورد استفاده قرار می‌گیرد (مؤمنی، ۱۳۸۷، ص ۱۸۴).

آماره آزمون به صورت زیر است:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

در رابطه بالا، O_i و E_i به ترتیب فراوانی مشاهده شده و فراوانی مورد انتظار هستند. از این

آزمون اساساً برای نمونه‌های بزرگ استفاده می‌شود (آذر و مؤمنی، ۱۳۸۹، ص ۳۲۷-۳۲۸). بر اساس نتایج بدست آمده در بین ۵۰ پرتفوی تشکیل شده، اکثر پرتفوی‌ها دارای توزیع بر^{۱۲} هستند. بنابراین با تعیین توزیع پرتفوی‌ها، ارزش در معرض خطر و در راستای آن ارزش در معرض خطر تفاضلی نیز بر اساس توزیع آماری تعیین شده، محاسبه می‌گردد. جدول زیر به عنوان نمونه‌ای از خروجی اولویت‌بندی توزیع‌ها برای یک پرتفوی، آورده شده است (comment U₆).

#	Distribution	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling		Chi-Squared	
		Statistic	Rank	Statistic	Rank	Statistic	Rank
1	Beta	0.03859	11	2.471	13	29.5	13
2	Burr (4P)	0.0244	3	0.57143	1	8.063	1
3	Cauchy	0.06476	22	9.9651	21	98.226	23
4	Dagum (4P)	0.08596	26	17.407	24	132.51	25
5	Erlang (3P)	0.0456	17	2.5425	16	31.807	16
6	Error	0.0266	6	0.49659	3	9.2164	4
7	Error Function	0.10275	28	17.243	23	56.779	20
8	Exponential (2P)	0.43086	35	291.98	35	2696.0	30
9	Fatigue Life (3P)	0.03905	12	2.314	9	27.371	8
10	Frechet (3P)	0.12683	29	34.132	27	N/A	
11	Gamma (3P)	0.0452	16	2.4391	12	30.834	15
12	Gen. Extreme Value	0.04335	15	2.7847	17	33.908	17
13	Gen. Gamma (4P)	0.04067	13	2.3954	10	28.858	11
14	Gen. Logistic	0.02137	3	0.36341	4	5.5555	4
15	Gen. Pareto	0.08244	24	204.5	34	N/A	
16	Gumbel Max	0.08009	23	15.892	22	54.489	19
17	Gumbel Min	0.0973	27	26.845	25	99.482	24
18	Hypersecant	0.02743	8	0.87555	7	15.559	7
19	Inv. Gaussian (3P)	0.03566	9	2.4015	11	29.811	14
20	Johnson SU	0.02636	5	0.72984	6	12.107	6
21	Kumaraswamy	0.05992	21	8.3217	20	71.07	22
22	Laplace	0.04808	19	4.0257	18	35.625	18
23	Levy (2P)	0.54585	36	392.27	36	4658.2	31
24	Log-Logistic (3P)	0.02086	2	0.3703	2	5.9448	2
25	Logistic	0.02673	7	0.57329	5	10.099	5
26	Lognormal (3P)	0.04142	14	2.1763	8	28.894	12
27	Normal	0.03667	10	2.4745	14	28.687	10
28	Pearson 5 (3P)	0.04731	18	2.4897	15	28.156	9
29	Pearson 6 (4P)	0.25919	32	123.05	30	690.22	28
30	Pert	0.15536	30	56.121	28	380.07	26
31	Phased Bi-Exponential	0.62823	37	466.81	37	7.3908E+5	32
32	Power Function	0.32059	34	180.9	32	N/A	
33	Rayleigh (2P)	0.30497	33	161.6	31	927.17	29
34	Triangular	0.20257	31	73.733	29	409.11	27
35	Uniform	0.0848	25	191.76	33	N/A	

شکل ۲. اولویت‌بندی توزیع‌های بازده قیمتی روزانه یک پرتفوی (comment U₆)

۳-۴. توزیع بر

این توزیع، یک توزیع احتمال پیوسته برای متغیرهای تصادفی غیرمنفی است، که یکی از چند توزیع متفاوتی است که در برخی موارد توزیع لاگ لاجستیک عمومی^{۱۳} نامیده می‌شود. این توزیع توسط ایرونیگ دابلیو بر^{۱۴} در سال ۱۹۴۲ ارائه شد (Kleiber and Kotz, 2003).

جدول ۲. مشخصات توزیع بر

تابع تراکم احتمال	دامنه	پارامترها			
$f(x) = \frac{ak \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1}}{\beta \left(1 + \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha}\right)^{k+1}}$	$\gamma \leq x < +\infty$	$\gamma \equiv 0$	$\beta > 0$	$\alpha > 0$	$K > 0$

در محاسبات معمول ارزش در معرض خطر، سطح اطمینان ۹۵ درصد در نظر گرفته می‌شود اما در پژوهش‌های جدیدی که در این زمینه انجام گرفته است، سطح اطمینان جهت افزایش دقت و صحت در نتایج، ۹۹ درصد در نظر گرفته شده است (comment و U). در ادامه با استفاده از رویکرد پیشین و پسین، ارزش در معرض خطر تفاضلی در سطح اطمینان ۹۹ درصد محاسبه گردید. به این ترتیب که ابتدا ارزش در معرض خطر پرتفوی اصلی که شامل سهام ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار تهران است، محاسبه شد. سپس هر بار یک سهم از پرتفوی حذف و دوباره ارزش در معرض خطر برای آن پرتفوی، محاسبه شد. در ادامه تفاضل ارزش در معرض خطر هر پرتفوی با پرتفوی اصلی، محاسبه شده و ارزش در معرض خطر تفاضلی محاسبه می‌گردد. سپس با توجه به نتایج بدست آمده از محاسبه ارزش در معرض خطر تفاضلی، سهام‌های بهینه انتخاب شدند. سهم بهینه سهمی است که با اضافه شدن به پرتفوی، موجب کاهش ریسک کل پرتفوی گردد. در ادامه مشخصات پرتفوی‌های تشکیل شده در قالب جدول نشان داده شده است.

جدول ۳. مشخصات پرتفوی اصلی و ۵۰ پرتفوی فرعی تشکیل شده

نماد پرتفوی	مشخصات پرتفوی
P	پرتفوی اصلی: متشکل از سهام ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار
۱P	پرتفوی شماره یک: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت صنایع پتروشیمی خلیج فارس (فارس)
۲P	پرتفوی شماره دو: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت گسترش نفت و گاز پارسیان (پارسان)
۳P	پرتفوی شماره سه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت پالایش نفت بندرعباس (شبندر)
۴P	پرتفوی شماره چهار: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت فولاد مبارکه اصفهان (فولاد)
۵P	پرتفوی شماره پنج: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت مخابرات ایران (اخابر)
۶P	پرتفوی شماره شش: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سرمایه‌گذاری نفت و گاز و پتروشیمی تأمین (تاپیکو)
۷P	پرتفوی شماره هفت: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سرمایه‌گذاری غدیر (هلدینگ) (وغدیر)
۸P	پرتفوی شماره هشت: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت ارتباطات سیار (همراه)
۹P	پرتفوی شماره نه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت معدنی و صنعتی گل‌گهر (کگل)
۱۰P	پرتفوی شماره ده: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت ملی صنایع مس ایران (فملی)
۱۱P	پرتفوی شماره یازده: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک پاسارگاد (ویاسار)
۱۲P	پرتفوی شماره دوازده: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک ملت (وبملت)
۱۳P	پرتفوی شماره سیزده: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت معدنی و صنعتی چادرملو (کچاد)
۱۴P	پرتفوی شماره چهارده: پرتفوی اصلی بدون سهام گروه مپنا (سهامی عام) (رمپنا)
۱۵P	پرتفوی شماره پانزده: پرتفوی اصلی بدون سهام گروه خودروسازی سایپا (خسایپا)
۱۶P	پرتفوی شماره شانزده: پرتفوی اصلی بدون سهام گروه مدیریت سرمایه‌گذاری امید (وامید)
۱۷P	پرتفوی شماره هفده: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت فولاد خوزستان (فخوز)

نماد پرتفوی	مشخصات پرتفوی
۱۸P	پرتفوی شماره هجده: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک صادرات ایران (وبصادر)
۱۹P	پرتفوی شماره نوزده: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت ایران خودرو (خودرو)
۲۰P	پرتفوی شماره بیست: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک پارسیان (وپارس)
۲۱P	پرتفوی شماره بیست و یک: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک تجارت (وتجارت)
۲۲P	پرتفوی شماره بیست و دو: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سرمایه‌گذاری صندوق بازنشستگی (وصندوق)
۲۳P	پرتفوی شماره بیست و سه: پرتفوی اصلی بدون سهام توسعه معادن و فلزات (ومعادن)
۲۴P	پرتفوی شماره بیست و چهار: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت پتروشیمی پردیس (شپدیس)
۲۵P	پرتفوی شماره بیست و پنج: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت پالایش نفت تبریز (شبریز)
۲۶P	پرتفوی شماره بیست و شش: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت پتروشیمی خارک (شخارک)
۲۷P	پرتفوی شماره بیست و هفت: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت کشتیرانی جمهوری اسلامی ایران (حکشتی)
۲۸P	پرتفوی شماره بیست و هشت: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سرمایه‌گذاری گروه توسعه ملی (وبانک)
۲۹P	پرتفوی شماره بیست و نه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت فولاد خراسان (فخاس)
۳۰P	پرتفوی شماره سی: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت نفت سپاهان (شسپا)
۳۱P	پرتفوی شماره سی و یک: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک اقتصاد نوین (ونوین)
۳۲P	پرتفوی شماره سی و دو: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت پتروشیمی شازند (شاراک)
۳۳P	پرتفوی شماره سی و سه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت خدمات انفورماتیک (رانفور)
۳۴P	پرتفوی شماره سی و چهار: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت نفت بهران (شبهرن)
۳۵P	پرتفوی شماره سی و پنج: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت پتروشیمی فن‌آوران (شفن)

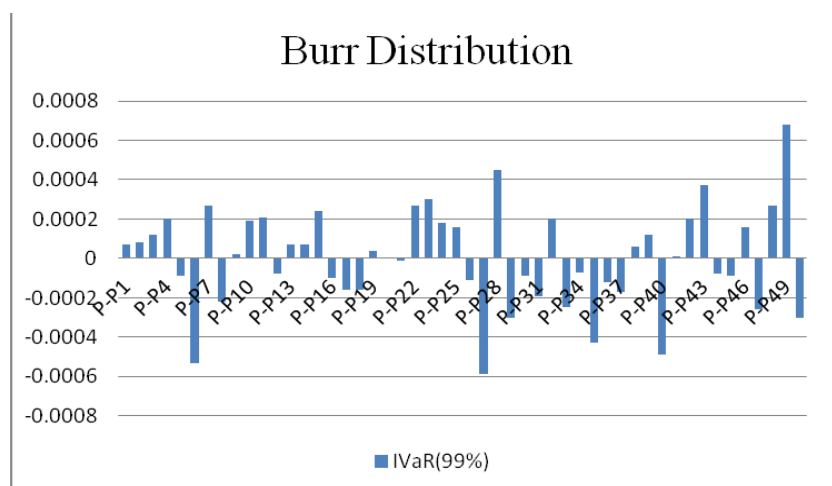
نماد پرتفوی	مشخصات پرتفوی
۳۱P	پرتفوی شماره سی و شش: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت حفاری شمال (حفاری)
۳۷P	پرتفوی شماره سی و هفت: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سرمایه‌گذاری دارویی تأمین (تیبیکو)
۳۸P	پرتفوی شماره سی و هشت: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک کارآفرین (وکار)
۳۹P	پرتفوی شماره سی و نه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت پروشیمی شیراز (شیراز)
۴۰P	پرتفوی شماره چهل: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت مارگارین (غمارگ)
۴۱P	پرتفوی شماره چهل و یک: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سرمایه‌گذاری خوارزمی (وخارزم)
۴۲P	پرتفوی شماره چهل و دو: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سیمان فارس و خوزستان (سفارس)
۴۲P	پرتفوی شماره چهل و سه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت سرمایه‌گذاری سایپا (وسایپا)
۴۴P	پرتفوی شماره چهل و چهار: پرتفوی اصلی بدون سهام گروه بهمن (خبهمن)
۴۵P	پرتفوی شماره چهل و پنج: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک سینا (وسینا)
۴۶P	پرتفوی شماره چهل و شش: پرتفوی اصلی بدون سهام بانک انصار (وانصار)
۴۷P	پرتفوی شماره چهل و هفت: پرتفوی اصلی بدون سهام گروه صنعتی پاکشو (پاکشو)
۴۸P	پرتفوی شماره چهل و هشت: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت توسعه صنایع بهشهر (هلدینگ) (وبشهر)
۴۹P	پرتفوی شماره چهل و نه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت صنایع شیمیایی ایران (شیران)
۵۰P	پرتفوی شماره پنجاه: پرتفوی اصلی بدون سهام شرکت تجارت الکترونیک (رتاپ)

جدول ۴. ارزش در معرض خطر تفاضلی محاسبه شده برای هر پرتفوی

تفاضل با پرتفوی اصلی	IVaR (۹۹ درصد)	تفاضل با پرتفوی اصلی	IVaR (۹۹ درصد)
۱P-P	۰,۰۰۰۰۷	۲۶P-P	-۰,۰۰۰۱۱
۲P-P	۰,۰۰۰۰۸	۲۷P-P	-۰,۰۰۰۵۹
۳P-P	۰,۰۰۰۱۲	۲۸P-P	۰,۰۰۰۴۵
۴P-P	۰,۰۰۰۰۲	۲۹P-P	-۰,۰۰۰۰۳
۵P-P	-۰,۰۰۰۰۹	۳۰P-P	-۰,۰۰۰۰۹
۶P-P	-۰,۰۰۰۰۵۳	۳۱P-P	-۰,۰۰۰۱۹
۷P-P	۰,۰۰۰۲۷	۳۲P-P	۰,۰۰۰۰۲
۸P-P	-۰,۰۰۰۲۲	۳۳P-P	-۰,۰۰۰۲۵
۹P-P	۰,۰۰۰۰۲	۳۴P-P	-۰,۰۰۰۰۷
۱۰P-P	۰,۰۰۰۱۹	۳۵P-P	-۰,۰۰۰۴۳
۱۱P-P	۰,۰۰۰۲۱	۳۶P-P	-۰,۰۰۰۱۲
۱۲P-P	-۰,۰۰۰۰۸	۳۷P-P	-۰,۰۰۰۱۷
۱۳P-P	۰,۰۰۰۰۷	۳۸P-P	۰,۰۰۰۰۶
۱۴P-P	۰,۰۰۰۰۷	۳۹P-P	۰,۰۰۰۱۲
۱۵P-P	۰,۰۰۰۲۴	۴۰P-P	-۰,۰۰۰۴۹
۱۶P-P	-۰,۰۰۰۰۱	۴۱P-P	۰,۰۰۰۰۱
۱۷P-P	-۰,۰۰۰۱۶	۴۲P-P	۰,۰۰۰۰۲
۱۸P-P	-۰,۰۰۰۱۶	۴۳P-P	۰,۰۰۰۳۷
۱۹P-P	۰,۰۰۰۰۴	۴۴P-P	-۰,۰۰۰۰۸
۲۰P-P	۰	۴۵P-P	-۰,۰۰۰۰۹
۲۱P-P	-۰,۰۰۰۰۱	۴۶P-P	۰,۰۰۰۱۶
۲۲P-P	۰,۰۰۰۲۷	۴۷P-P	-۰,۰۰۰۲۶
۲۳P-P	۰,۰۰۰۰۳	۴۸P-P	۰,۰۰۰۲۷
۲۴P-P	۰,۰۰۰۱۸	۴۹P-P	۰,۰۰۰۶۸
۲۵P-P	۰,۰۰۰۱۶	۵۰P-P	-۰,۰۰۰۰۳

نتایج حاصل از محاسبه ارزش در معرض خطر تفاضلی برای هر پرتفوی، در قالب

نمودار نشان داده شده است.



شکل ۳. نمودار میله‌ای ارزش در معرض خطر تفاضلی در سطح اطمینان ۹۹ درصد

با توجه به نمودار، سهام شرکت‌های شماره ۵، ۶، ۸، ۱۲، ۱۶، ۱۸، ۲۱، ۲۶، ۲۷، ۳۰، ۳۱، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۴۰، ۴۴، ۴۵، ۴۷ و ۵۰، با اضافه شدن به پرتفوی اصلی، ریسک پرتفوی را کاهش داده‌اند. بنابراین بهینه محسوب می‌شوند. سهام شرکت شماره ۲۷، به عنوان بهینه‌ترین سهام، شناخته می‌شود زیرا با اضافه شدن به پرتفوی موجب ایجاد بیشترین کاهش در ریسک پرتفوی شده است.

جمع‌بندی

با توجه به نتایج محاسبه ارزش در معرض خطر تفاضلی بر اساس توزیع واقعی هر پرتفوی در سطح اطمینان ۹۹ درصد، میزان نقش هر سهم در ایجاد ریسک پرتفوی مشخص گردید. به عبارتی تعیین شد که هر سهم با اضافه شدن به پرتفوی به چه میزان ریسک پرتفوی را کاهش یا افزایش می‌دهد. بنابراین با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر تفاضلی می‌توان با توجه به درجه ریسک‌پذیری افراد به آن‌ها پرتفوی پیشنهاد نمود. به عنوان مثال می‌توان به فردی که از درجه ریسک‌پذیری بالایی برخوردار است، پرتفوی حاوی سهام‌هایی با ریسک بالا پیشنهاد کرد. معیار ارزش در

معرض خطر تفاضلی یک معیار جدید و در عین حال مؤثر در زمینه اندازه‌گیری و کنترل ریسک بازار، است.

نتایج حاصل از این پژوهش می‌تواند برای پرتفوی گردانان، شرکت‌های مشاوره سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران فردی، صندوق‌های مشاع سرمایه‌گذاری و شرکت‌های سبد گردان، مورد استفاده قرار گرفته و مفید واقع گردد. برای تحقیقات آتی در این زمینه می‌توان از سایر شیوه‌های وزن‌دهی در تشکیل پرتفوی، استفاده نمود. همچنین می‌توان قلمرو زمانی و مکانی پژوهش را گسترش داد و یک پرتفوی کاملاً متنوع را مورد بررسی قرار داد.

یادداشت‌ها

1. Value at Risk (VaR)
2. Incremental Value at Risk (IVaR)
3. J.P.Morgan
4. Garman
5. Bao et al
6. Abad & Benito
7. Dias
8. Leccadito
9. Kalmogorov-Smiranov Test
10. Anderson-Darling test
11. Chi-squared test
12. Burr Distribution
13. Generalized log-logistic distribution
14. Irving W.Burr

کتابنامه

- راعی، رضا و فلاح طلب، حسین (۱۳۹۲)، «کاربرد شبیه‌سازی مونت کارلو و فرایند قدم زدن تصادفی در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک». مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، پاییز، شماره ۱۶، صص ۷۵-۹۲.
- رستمیان، فروغ و حاجی بابایی، فاطمه (۱۳۸۸)، «اندازه‌گیری ریسک نقدینگی بانک با استفاده از مدل ارزش در معرض خطر (مطالعه موردی: بانک سامان)». حسابداری مالی و حسابرسی پاییز، شماره ۳، شماره ۱۷۵-۱۹۸.

رهنمای رود پشته، فریدون و میر غفاری، سیدرضا (۱۳۹۲)، «ارزیابی عملکرد پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران: کاربرد ارزش در معرض خطر (Value at Risk)». مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۸، صص ۷۸-۵۱.

سجاد، رسول؛ هدایتی، شراره و هدایتی، شهره (۱۳۹۳)، «مقایسه مدل تلاطم تصادفی و مدل های GARCH، از طریق محاسبه ارزش در معرض خطر». مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، تابستان، شماره ۱۵، صص ۷۹-۹۸.

سجادی، زینب و فتحی، سعید (۱۳۹۲)، «تبیین فرایند چهار گامی محاسبه ارزش در معرض خطر به عنوان معیاری برای اندازه گیری ریسک و پیاده سازی آن در یک مدل بهینه سازی سرمایه گذاری»، دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، زمستان، شماره ۴ (پیاپی ۲۰)، صص ۱-۱۳.

فلاح پور، سعید و یاراحمدی، مهدی (۱۳۹۱)، «برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار حدی در بورس اوراق بهادار تهران»، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار زمستان، دوره ۴، شماره ۱۳، صص ۱۰۳-۱۲۲.

فلاح شمس، میرفیض و حق شناس کاشانی، فریده و رادسر، سمیه (۱۳۹۲)، «پیش بینی ریسک نامطلوب با استفاده از مدل VaR با رویکرد چگالی حداکثرسازی آنتروپی در بورس اوراق بهادار»، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، بهار، دوره ۴، شماره ۱۴، صص ۱۳۵-۱۵۶.

کیانی، طاهره؛ فرید، داریوش و صادقی، حجت الله (۱۳۹۴)، «اندازه گیری ریسک با معیار سنجش ارزش در معرض ریسک (VaR)، از طریق مدل GARCH (مطالعه ای در سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در صنعت سیمان)». راهبرد مدیریت مالی پاییز، دوره ۳، شماره ۳ (پیاپی ۱۰)، صص ۱۴۹-۱۶۸.

گل ارضی، غلامحسین؛ زارعی، عظیم الله و دلاوری مرغزار، لیلا (۱۳۹۲)، «امکان سنجی استفاده از مدل ارزش در معرض ریسک در بورس اوراق بهادار (مطالعه موردی: صنعت کانه فلزی)»، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، بهار، شماره ۱۴، صص ۴۹-۷۶.

Abad, P. and S. Benito (2009), "A detailed comparison of value at risk in international stock exchanges." Fundacion De Las Cajas De Ahorros. Documento De Trabajo 1-45

Bao, Y., T. H. Lee, et al. (2006), "Evaluating predictive performance of value-at-risk models in emerging markets: a reality check." Journal of Forecasting 25(2): 101-128.

Dias, A. (2013), "Market capitalization and Value-at-Risk." Journal of Banking & Finance 37(12): 5248-5260.

Dowd, K. (2007), Measuring market risk, John Wiley & Sons.

Garman, M. B. (1998), System and method for determination of incremental value at

- risk for securities trading, Google Patents.
- Leccadito, A., S. Boffelli, et al. (2014), "Evaluating the accuracy of value-at-risk forecasts: New multilevel tests." *International Journal of Forecasting* 30(2): 206-216.
- Olson, D. L. and D. Wu (2011), "The impact of distribution on value-at-risk measures." *Mathematical and Computer Modelling*.

